$$\langle x(t), y(t)\rangle_{L^2} = \int_a^b x(t)y^*(t)\,dt, \quad \|x(t)\|_{L^2} = \sqrt{\langle x(t), y(t)\rangle_{L^2}} = \sqrt{\int_a^b |x(t)|^2 dt}\,. \tag{9.1}$$

Metryka w tej przestrzeni jest zdeterminowana przez normę. Odległość $\rho(x, y)$ sygnałów $x(t)$, $y(t)$ jest równa:

$$\rho_{L^2}(x, y) = \|x(t)-y(t)\|_{L^2} = \sqrt{\int_a^b |x(t)-y(t)|^2 dt}\,. \tag{9.2}$$

Przestrzeń $L^2(a, b)$ można zdefiniować dla sygnałów o nieskończonym czasie trwania (por. [9.9]).

Przestrzeń L_T^2 jest określona dla sygnałów o skończonej mocy średniej w przedziale $[0, T]$.

$$\langle x(t), y(t)\rangle_{L_T^2} = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)y^*(t)\,dt,$$

$$\|x(t)\|_{L_T^2} = \sqrt{\langle x(t), y(t)\rangle_{L_T^2}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T |x(t)|^2 dt}\,. \tag{9.3}$$

Norma w przestrzeni L_T^2 jest równa wartości skutecznej sygnału zdefiniowanej w rozdziale 1, wzór (1.23). Metryka w tej przestrzeni jest generowana przez normę. Odległość $\rho(x, y)$ sygnałów $x(t)$, $y(t)$ jest równa

$$\rho_{L_T^2}(x, y) = \|x(t)-y(t)\|_{L_T^2} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T |x(t)-y(t)|^2 dt}\,. \tag{9.4}$$

Jeżeli przedziały czasu, na których określono sygnały są skończone, to iloczyny skalarne i normy określone wzorami (9.1) i (9.3) różnią się tylko czynnikiem skalującym $\dfrac{1}{T}$.

W przestrzeniach liniowych rozpatrujemy zbiory elementów liniowo niezależnych. Zbiór sygnałów $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$ jest *liniowo niezależny* wtedy, gdy

$$\sum_{k=1}^{n} a_k x_k(t) = 0 \Leftrightarrow \underset{k=1,2,\dots,n}{\forall} a_k = 0. \tag{9.5}$$

Niezależność sygnałów $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ oznacza, że żaden z nich nie może być przedstawiony jako kombinacja liniowa pozostałych.

Zbiór liniowo niezależny o maksymalnej liczbie elementów nazywamy *bazą przestrzeni*, a liczbę elementów bazowych *wymiarem przestrzeni*. Mówimy także, że przestrzeń jest *generowana przez bazę* lub *rozpięta na bazie*. Rozpatrywane przez nas przestrzenie sygnałów $L^2(a, b)$ oraz L_T^2 są nieskończenie wymiarowe.