określa zbiór zdań prawdziwych. Przykładem może być zbiór prawd o **N**, przy czym korzysta się w tym przypadku z ω-niesprzeczności, ω-zupełności i konstruktywności. Niemniej jednak, są to pojęcia syntaktyczne, które nie charakteryzują w pełni prawdziwości, a co więcej nie każdy zbiór zdań prawdziwych posiada te własności (por. §5 i uwagi o prawdziwości w modelach niestandardowych). Trzeba więc powiedzieć ostrożniej, mianowicie, że o-zupełność, o-niesprzeczność i konstruktywność w pewnych wypadkach są własnościami zbioru zdań prawdziwych.

§4. Modele zbudowane na termach

Konstrukcja modeli zbudowanych na termach danej teorii **Th** związana jest z twierdzeniem (por. Grzegorczyk 1969, s. 261–263; dla prostoty pomijam symbole funkcyjne i nie zaznaczam argumentowości predykatów):

(3) Jeśli **Th** jest zupełną i niesprzeczną teorią ze stałymi indywiduowymi $a_1, \ldots, a_k$ i predykatami $P_1, \ldots, P_n$ i o-zupełną ze względu na ciąg $<\mathbf{s}>_{\mathbf{U}}$ wszystkich stałych z uniwersum **U** pewnego modelu $\mathfrak{R}$, to teoria **Th** jest identyczna z $\mathbf{VER}(\mathfrak{R}')$, gdzie $\mathfrak{R}'$ jest modelem zbudowanym z termów.

Postulowany model to struktura $\mathfrak{R}' = <\mathbf{U}', <\mathbf{s}>_{\mathbf{U}}, \mathbf{P}_1, \ldots, \mathbf{P}_{\mathbf{n}}>$, gdzie zbiór **U'** składa się ze wszystkich termów należących do ciągu $<\mathbf{s}>_{\mathbf{U}}$, zatem jest na tyle obszerny, iż dostarcza nazw dla wszystkich przedmiotów z uniwersum **U** wyjściowego modelu $\mathfrak{R}$. Termy funkcjonują jako nazwy samych siebie, co wyrażamy znakiem $\ulcorner\ulcorner t_n \urcorner\urcorner$ dla termu t_n. Gdy mamy (wystarczy ograniczyć się do predykatów jednoargumentowych) $A = Pt$, to $\ulcorner A \urcorner \in \mathbf{Th} \Leftrightarrow \mathbf{P}(\ulcorner\ulcorner t \urcorner\urcorner)$. Można wykazać, że $\mathbf{I}(t_n, \mathbf{s}) = \ulcorner\ulcorner t_n \urcorner\urcorner$, gdzie **s** jest dowolnym ciągiem przedmiotów z **U'**, tj., że term t_n jest wartością termu $\ulcorner\ulcorner t_n \urcorner\urcorner$, **a** dalej, że $\ulcorner A \urcorner \in \mathbf{VER}(\mathfrak{R}') \Leftrightarrow \mathbf{P}_k(\ulcorner\ulcorner_1 \urcorner\urcorner) \Leftrightarrow \ulcorner A \urcorner \in \mathbf{Th}$; stale zakładamy równość $A = P_k(t_1, \ldots, t_k)$. Równoważność $\ulcorner A \urcorner \in \mathbf{VER}(\mathfrak{R}') \Leftrightarrow \mathbf{P}_k(\ulcorner\ulcorner t_1 \urcorner\urcorner, \ldots, \ulcorner\ulcorner t_1 \urcorner\urcorner)$ znaczy, że formuła A jest prawdziwa w $\mathfrak{R}$, tj. $\ulcorner A \urcorner \in \mathbf{VER}(\mathfrak{R}') \Leftrightarrow \ulcorner A \urcorner \in \mathbf{Th}$. Teorie $\mathbf{VER}(\mathfrak{R}')$ i **Th** są niesprzeczne, zupełne i o-zupełne z uwagi na ten sam ciąg stałych i mają te same twierdzenia atomiczne. To wystarcza dla dowodu, że $A \in \mathbf{VER}(\mathfrak{R}')$ wtw $A \in \mathbf{Th}$, dla każdego A, co prowadzi do (3); istotnym krokiem jest demonstracja, że każda niesprzeczna teoria **Th** ma rozszerzenie Henkinowskie, tj. spełniające warunek konstruktywności. W powyższym wywodzie chodziło nie tyle o pełny dowód (3) (jest to w istocie rzeczy (**MTP**); istotnym krokiem jest skorzystanie z (**TLN**) dla wykazania, że stosowna teoria Henkinowska jest maksymalnie niesprzeczna), ale pokazanie, że dowolny model można zastąpić strukturą zbudowaną na termach, o ile tylko dodamy ich odpowiednio wiele. Punktem wyjścia jest jednak model $\mathfrak{R}$ i zbiór jego prawd, a wtórnym jego substytut w termach. Znaczy to tyle tylko, że relacje w modelu $\mathfrak{R}$, przy założonej interpretacji, można odtworzyć w nowej strukturze $\mathfrak{R}'$ na materiale lingwistycznym, nie za darmo zresztą, ale w wyniku dodania stosownej liczby stałych indywiduowych, tak aby otrzymać teorią o-zupełną. To, że termy stają się własnymi nazwami, wcale nie zmienia wcześniejszych ustaleń interpretacyjnych.